

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЕМКОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Современные вращающиеся электрические машины широко используются в электроэнергетике для производства электроэнергии и в качестве привода. Одним из их характерных механических повреждений является эксцентриситет ротора.

В настоящее время для выявления эксцентриситета ротора в основном используются методы, основанные на измерении величин вызванных появлением дополнительных магнитных полей. Однако их чувствительность ограничена необходимостью отстройки от помех, вызванных колебанием электрических параметров питающей сети и нагрузки. В этом отношении более перспективны системы диагностики эксцентриситета ротора, у которых в качестве измерительного преобразователя используются емкостные датчики. Однако метод расчета параметров измерительного преобразователя со сложной формой электродов отсутствует.

В предлагаемой работе представлен простой метод расчета емкостного измерительного преобразователя с произвольной формой электродов, основанный на моделировании электростатического поля этого преобразователя методом сеток и расчетом емкости по приведенной эмпирической формуле. Осуществлена проверка адекватности этого метода на примере определения емкости плоского конденсатора, величина которого определялась с использованием предлагаемого метода и по классической формуле. Показано, что погрешность моделирования не превысила 5 %.

В качестве примера использования данного метода осуществлено определение емкости для электродов с зубчатой поверхностью ротора электрической машины в разных положениях пластины измерительного преобразователя относительно раскрытия паза. Приведен принцип формирования граничных условий и картины распределения потенциалов электростатического поля, а также рассчитаны емкости.

**Ключевые слова:** методика диагностики, эксцентриситет ротора, емкостные измерительные преобразователи.

В электроэнергетике, например, при диагностике электрических машин (ЭМ) из-за их простоты и надежности все большую популярность приобретают методы, в которых измерение перемещения элементов электрических машин осуществляется с помощью емкостных измерительных преобразователей (ИП) [1–4]. Как известно, изменение емкости этих преобразователей может происходить не только за счет перемещения контролируемого элемента машины, но и за счет вращения его на валу. Примером [4] этого может служить измерение эксцентриситета ротора в процессе эксплуатации, когда один из электродов ИП имеет постоян-

ные геометрические размеры, а другой представлен поверхностью вращающегося зубчатого сердечника ротора, как это показано на рис. 1а: 1 и 2 — сердечники статора и ротора; 3 — пазовый клин; 4 — электрод емкостного ИП; 5 — воздушный зазор ЭМ.

В связи с тем, что емкость ИП в процессе вращения ротора меняется не только от величины эксцентриситета ротора, но и от следующих вдоль его электрода открытых пазов ротора разработка средств диагностирования эксцентриситета ротора ЭМ становится невозможной без моделирования величины емкости преобразователя в зависимости от этих факторов.

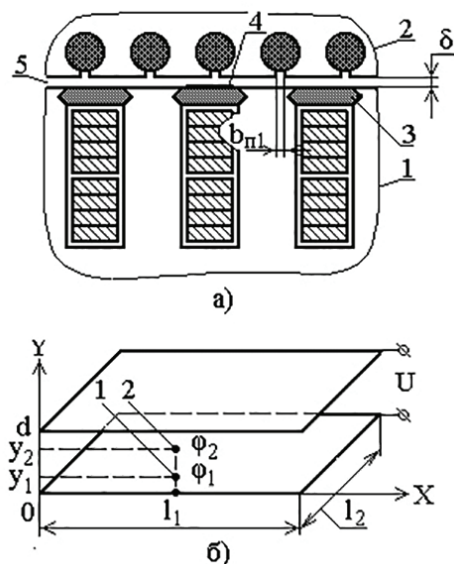


Рис. 1. Конструкционные особенности ЭМ и расчетная схема

Как известно [5–7], существует много способов определения емкости конденсатора с произвольной формой электродов. Однако их анализ показал, что некоторые из них очень сложно реализовать даже при использовании средств вычислительной техники. В других рассмотрены только частные случаи поверхности электродов. А остальные не удовлетворяют требуемой точности. В связи с этим электрическую емкость двух электродов произвольной формы предлагается определять следующим образом.

В соответствии с [8] напряженность электростатического потенциального поля в любой точке между двумя электродами этого конденсатора является величиной постоянной. В связи с этим и рис. 1

$$E = \frac{U}{d} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{y_2 - y_1} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta y}, \quad (1)$$

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — потенциалы электростатического поля в точках 1 и 2 относительно нижней пластины конденсатора;  $y_1$  и  $y_2$  — координаты  $y$  точек 1 и 2.

$U$  и  $d$  — напряжение и расстояние между электродами конденсатора.

Тогда с учетом соотношений уравнения (1) для определения емкости воздушного плоского конден-

сатора можно воспользоваться эмпирической зависимостью

$$C = \varepsilon_0 l_1 l_2 \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{y_2 - y_1} = \varepsilon_0 l_1 l_2 \frac{\Delta\varphi}{\Delta y}, \quad (2)$$

где  $l_1$  и  $l_2$  — ширина и длина электродов конденсатора;  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая постоянная вакуума.

Так как электростатическое поле конденсатора является потенциальным и в нем отсутствуют свободные источники электрического поля, то для его описания с учетом схемы на рис. 1 и [8, 9] используется уравнение Лапласа

$$\partial^2 \varphi / \partial x^2 + \partial^2 \varphi / \partial y^2 = 0 \quad (3)$$

Из анализа [8–10] становится ясно, что получение аналитического выражения путем непосредственного решения уравнения (3) при сложной форме электродов представляется трудной, а иногда и неразрешимой задачей. В то же время эту задачу достаточно просто решить с помощью метода сеток. В нем частные производные уравнения Пуассона (3) для  $i, k$ -го узла на рис. 2 заменяются выражениями

$$\frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial y^2} \approx \frac{\varphi_{x(i,k+1)} - 2\varphi_{x(i,k)} + \varphi_{x(i,k-1)}}{h^2}; \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial z^2} \approx \frac{\varphi_{x(i+1,k)} - 2\varphi_{x(i,k)} + \varphi_{x(i-1,k)}}{h^2}. \quad (5)$$

В результате в  $i, k$ -том узле потенциал электростатического поля определяется как

$$\varphi_{x(i,k)} = \frac{1}{4} (\varphi_{x(i+1,k)} + \varphi_{x(i-1,k)} + \varphi_{x(i,k+1)} + \varphi_{x(i,k-1)}). \quad (6)$$

Проверку адекватности такой математической модели для решения подобного рода задач проще всего осуществить на примере определения емкости воздушного плоского конденсатора. Так, в соответствии с [8] и рис. 1б емкость плоского конденсатора

$$C = \varepsilon_0 l_1 l_2 / d. \quad (7)$$

При использовании метода сеток для моделирования электростатического поля между электродами МП исследуемая область с помощью  $k_m + 2$  горизонтальных и  $i_m + 2$  вертикальных линий как по-

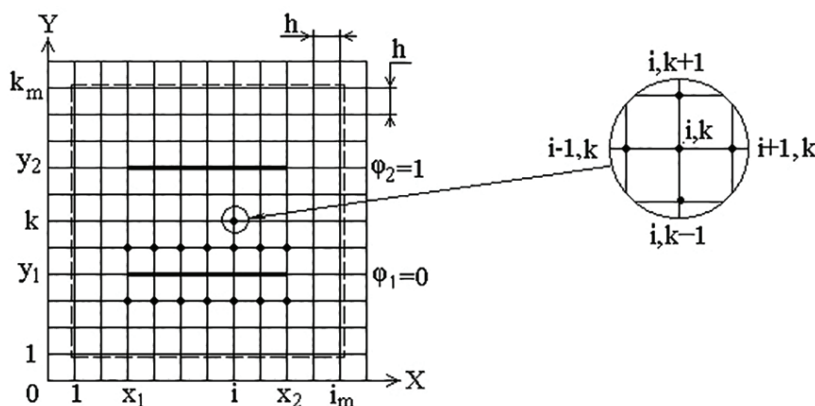


Рис. 2. Расчетная схема

казано на рис. 2, разбивается на квадратные клетки со стороной  $h$ . Пересекаясь,  $k$ -я горизонтальная линия с  $i$ -ой вертикальной линией образуют  $i, k$ -й узел, где  $k_m$  и  $i_m$  — число узлов в исследуемой области по вертикали и горизонтали, в которых осуществляется расчет потенциала электростатического поля по уравнению (6). На рис. 2 эти узлы находятся в области, очерченной пунктирной линией. Ширина электродов  $l_1$  конденсатора и расстояние  $d$  между его электродами на расчетной схеме задаются как

$$l_1 = x_2 - x_1 \text{ и } d = y_2 - y_1, \quad (8)$$

где  $x_1, x_2$  и  $y_1, y_2$  — координаты расположения электродов конденсатора в клетках.

При моделировании электростатического поля потенциал  $\varphi_2$  верхнего электрода принимается равным единице, а нижнего  $\varphi_1$  — нулю. Всем узлам с координатами  $k = 0$  и  $k = k_m + 1$  после каждой итерации присваиваются потенциалы узлов с  $k = 1$  и  $k = k_m$ , а всем узлам с координатой  $i = 0$  и  $i = i_m + 1$  после каждой итерации присваиваются потенциалы узлов с  $i = 1$  и  $i = i_m$ , что для данного типа задачи это является граничными условиями.

Потенциалы каждого узла в очерченной зоне рассчитывают с помощью компьютера по методу итераций, который предусматривает расчет с потенциалов, начиная с левого нижнего угла и затем обратно с правого верхнего угла этой зоны. После каждой итерации граничные условия выставляются вновь, а количество итераций выбирается таким, чтобы достичь наименьших погрешностей.

После расчета потенциалов в узлах емкость конденсатора рассчитывается с учетом математического выражения (2) как

$$C = \varepsilon_0 l_1 l_2 \frac{\sum_{i=1}^N \varphi_n / N - \varphi_1}{h} = \varepsilon_0 l_1 l_2 \frac{\sum_{i=1}^N \varphi_n}{N h}, \quad (9)$$

$\varphi_n$  — потенциалы всех узлов, прилегающих к электроду с  $\varphi_1 = 0$ ;  $N$  — число узлов, прилегающих к электроду ИП с  $\varphi_1 = 0$ . На рис. 2 все узлы, которые прилегают к электроду с потенциалом  $\varphi_1 = 0$ , помечены точками.

Если для расчетной схемы на рис. 2 принять  $h = 0,01$  м,  $k_m = 11$  и  $i_m = 11$  клеток, а координаты  $x_1 = 3, x_2 = 9$  и  $y_1 = 4, y_2 = 8$ , то результаты моделирования потенциалов в узлах можно представить в виде таблицы, приведенной на рис. 3.

При этом величина емкости ИП, рассчитанной по математическому выражению (9), и с использованием метода сеток равнялась 1,55 пФ и 1,442 пФ соответственно. При этом погрешность расчета по методу сеток составила 7,001 %. Таким образом, такой подход к определению емкости воздушного ИП прост и обладает достаточной для реализации систем диагностики точностью.

Используя предложенную модель, можно достаточно просто оценить колебание емкости ИП при вращении ротора асинхронного двигателя (АД) при открытых пазах. Если принять ширину ИП  $l_1$ , величину воздушного зазора  $\delta$  и ширину раскрытия паза ротора  $b_{n1}$  равными 5, 3 и 3 клеткам, то результаты моделирования потенциалов в узлах при расположении электрода ИП над раскрытием паза ротора можно представить в виде таблицы, приведенной на рис. 4. При этом величина емкости ИП равнялась 2,628 пФ. В то же время при расположении электрода ИП над серединой зубца рото-

	0.00	0.76	0.77	0.78	0.80	0.80	0.80	0.80	0.78	0.77	0.75	0.74	0.00	
$k_m$	0.76	0.76	0.77	0.78	0.80	0.80	0.80	0.80	0.78	0.77	0.75	0.74	0.74	0.74
	0.75	0.75	0.77	0.79	0.80	0.81	0.81	0.80	0.79	0.77	0.74	0.73	0.73	0.73
	0.73	0.73	0.76	0.79	0.81	0.82	0.83	0.82	0.80	0.76	0.73	0.71	0.71	0.71
	0.67	0.67	0.69	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.70	0.67	0.67	$\varphi=1$
	0.58	0.58	0.60	0.62	0.66	0.67	0.67	0.67	0.67	0.66	0.63	0.61	0.61	0.61
	0.49	0.49	0.48	0.48	0.49	0.50	0.50	0.50	0.51	0.51	0.51	0.51	0.51	0.51
	0.39	0.39	0.36	0.34	0.33	0.33	0.33	0.33	0.34	0.38	0.40	0.41	0.41	0.41
	0.33	0.33	0.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.30	0.33	0.33	$\varphi=0$
	0.29	0.29	0.27	0.23	0.19	0.18	0.17	0.18	0.19	0.21	0.24	0.27	0.27	0.27
	0.26	0.26	0.25	0.23	0.21	0.19	0.19	0.19	0.20	0.21	0.23	0.25	0.25	0.25
1	0.25	0.25	0.24	0.23	0.21	0.20	0.19	0.19	0.20	0.21	0.23	0.24	0.24	0.24
	0.00	0.25	0.24	0.23	0.21	0.20	0.19	0.19	0.20	0.21	0.23	0.24	0.24	0.00
		1												$i_m$

Рис. 3. Результаты моделирования потенциалов в узлах электростатического поля двух плоских электродов

	$\varphi=0$			$\varphi=1$					$\varphi=0$					
$k_m$	0.00	0.00	0.00	0.39	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.42	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.00	0.00	0.00	0.39	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.42	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.12	0.12	0.19	0.32	0.50	0.61	0.64	0.61	0.53	0.38	0.21	0.12	0.12	0.12
	0.13	0.13	0.17	0.25	0.35	0.42	0.44	0.42	0.36	0.27	0.19	0.14	0.14	0.14
	0.09	0.09	0.11	0.16	0.22	0.27	0.29	0.27	0.22	0.17	0.13	0.10	0.10	0.10
	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.16	0.18	0.16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.08	0.10	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04	0.06	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.03	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.02	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
		1	$\varphi=0$							$\varphi=0$				$i_m$

Рис. 4. Результаты моделирования потенциалов в узлах электростатического поля плоского электрода и зоны воздушного зазора над раскрытием паза АД

$k_m$	$\varphi=1$				$\varphi=0$				$\varphi=1$			
	0.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	0.00
1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.62	0.62	0.58	0.48	0.30	0.16	0.13	0.15	0.25	0.44	0.59	0.65	0.65
0.41	0.41	0.38	0.32	0.24	0.17	0.14	0.16	0.21	0.30	0.38	0.42	0.42
0.23	0.23	0.22	0.19	0.16	0.13	0.12	0.12	0.14	0.18	0.22	0.24	0.24
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09	0.08	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04	0.05	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.03	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.02	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	1	$\varphi=0$							$\varphi=0$	$i_m$		

Рис. 5. Результаты моделирования потенциалов в узлах электростатического поля плоского электрода и зоны воздушного зазора над серединой зубца ротора АД

ра эта емкость равнялась 2,736 пФ, как показано на рис. 5.

Таким образом, емкость ИП при вращении ротора АД можно представить в виде

$$C_{un} = C_{un,0} + C_{un,m} \sin(2\pi f_2 t), \quad (10)$$

где  $C_{un,0}$  и  $C_{un,m}$  — постоянная составляющая и амплитуда переменной составляющей емкости ИП;  $f_2 = n Z_2/60$  — частота колебаний переменной составляющей емкости ИП;  $n$  — число оборотов ротора в минуту;  $t$  — время.

По результатам определения сеток на рис. 4 величины емкостей  $C_{un,0} = 2,682$  пФ и  $C_{un,m} = 0,054$  пФ.

Из приведенного примера становится ясно, что предложенный метод позволяет просто и с приемлемой точностью моделировать емкость ИП, например, для системы диагностики эксцентриситета ротора, причем независимо от формы электродов.

#### Библиографический список

1. Новожилов А. Н., Юсупова А. О., Новожилов Т. А. Выбор метода выявления эксцентриситета ротора электрической машины // Вестник ПГУ. Энергетическая серия. 2016. № 4. С. 117–126.
2. Beker L., Maralani A., Lin L. Modeling, fabrication, and characterization of SiC concentrically matched differential capacitance output pressure sensors // Sensors and Actuators A: Physical. 2018. Vol. 273. P. 293–302. DOI: 10.1016/j.sna.2018.02.027.
3. Hu H. L., Xu T. M., Hui S. E. A high-accuracy, high-speed interface circuit for differential-capacitance transducer // Sensors and Actuators A: Physical. 2006. Vol. 125, Issue 2. P. 329–334. DOI:10.1016/j.sna.2005.08.009.
4. Ацюковский В. А. Емкостные дифференциальные датчики перемещения емкости. М.: Госэнергоиздат, 1960. 102 с.
5. Расчет электрической емкости / Под ред. Ю. Я. Йосселя, Э. С. Кочанова, М. Г. Струнского. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоиздат, 1981. 288 с.
6. Джежора А. А. Электроемкостные преобразователи и методы их расчета. Минск: Белорусская наука, 2008. 352 с. ISBN 978-985-08-0888-2.

7. Kawa A., Stala R. The Multilevel switched capacitor power converter. Experimental proof of concept // Przegląd Elektrotechniczny. 2017. Vol. 9. P. 16–19. DOI: 10.15199/48.2017.09.03.

8. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. М.: Высшая школа, 1967. 775 с.

9. Turowski J. Obliczenia elektromagnetyczne elementow maszyn i urzadzen elektrycznych. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1982. 200 p.

10. Гринберг Г. А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М.: АН СССР, 1948. 727 с.

**НОВОЖИЛОВ Тимофей Александрович**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий» Омского государственного технического университета.

SPIN-код: 1328-6928

AuthorID (РИНЦ): 554534

Адрес для переписки: timokvey@mail.ru

**НОВОЖИЛОВ Александр Николаевич**, доктор технических наук, профессор (Республика Казахстан), профессор кафедры «Электроэнергетика» Павлодарского государственного университета им. С. Торайгырова (ПГУ).

SPIN-код: 2733-2943

AuthorID (РИНЦ): 189494

Адрес для переписки: novozhilova\_on@mail.ru

**ЮСУПОВА Асель Оразовна**, магистр электроэнергетики, докторант кафедры «Электроэнергетика» ПГУ.

Адрес для переписки: aselasp@mail.ru

#### Для цитирования

Новожилов Т. А., Новожилов А. Н., Юсупова А. О. Моделирование электрической емкости измерительного преобразователя // Омский научный вестник. 2018. № 5 (161). С. 72–75. DOI: 10.25206/1813-8225-2018-161-72-75.

Статья поступила в редакцию 25.07.2018 г.

© Т. А. Новожилов, А. Н. Новожилов, А. О. Юсупова