

УДК 519.711.3  
DOI: 10.25206/1813-8225-2018-161-143-146

**В. И. ПОТАПОВ**

Омский государственный  
технический университет,  
г. Омск

## РАЗРАБОТКА МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ ВОССТАНАВЛИВАЕМОЙ ПОСЛЕ ОТКАЗОВ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ С АРХИТЕКТУРОЙ «КЛИЕНТ-СЕРВЕР»

Построено две математические модели для описания поведения информационной системы с архитектурой «клиент-сервер» без учета и с учетом конечной надежности системы контроля и восстановления отказавшего компонента рассматриваемой системы. Поведение информационной системы при наличии отказов и восстановления работоспособности компонентов аппроксимируется марковским процессом и описывается системой дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами.

Решение полученных дифференциальных уравнений численными методами на компьютерах позволяет проводить исследование различных характеристик надежности информационных систем типа «клиент-сервер» в широком диапазоне изменения интенсивностей отказов и восстановления компонентов системы.

**Ключевые слова:** математическая модель, информационная система, характеристики надежности, дифференциальные уравнения, компьютерное моделирование.

**Введение.** В настоящее время в связи с интенсивным развитием распределенных информационных систем широкое распространение получила клиент-серверная архитектура сетей ЭВМ.

При этом под термином «клиент-сервер» принято обозначать такую архитектуру информационной системы, в которой ее функциональные компоненты взаимодействуют по схеме «запрос-ответ». В таких системах обычно база данных и программное обеспечение располагаются на сервере, а клиентскую компоненту системы составляют соответствующая аппаратно-программная часть и интерфейс клиента. Обработка данных чаще всего распределяется между клиентской и серверной компонентами.

Клиент инициирует запросы, а сервер генерирует ответы на запросы.

Очевидно, что разработка моделей и математического аппарата для исследования надежности рассматриваемых распределенных информационных систем в стационарных условиях и в условиях воздействия внешних факторов, приводящих к возрастанию интенсивности отказов компонентов системы, является актуальной задачей.

Вопросам разработки математических моделей для исследования надежности и защиты информации в информационных системах различной конфигурации, находящейся в различных ситуациях, в частности в ситуации умышленного воздействия

на систему с целью дестабилизации ее работы и снижения надежности посвящено большое количество работ отечественных и зарубежных авторов. Результаты некоторых из них приведены в [1–8].

В отличие от указанных работ в данной статье сделана попытка на основе единой методологии построить такие модели восстанавливаемой после отказов информационной системы с архитектурой «клиент-сервер», поведение которой при различных типах отказов описывается системой дифференциальных уравнений, легко реализуемых численными методами на компьютерах в широком диапазоне изменения интенсивностей отказов и восстановления компонентов информационной системы для оценки ее характеристик надежности.

**Постановка задачи.** В качестве объекта, для которого разрабатываются математические модели, будем рассматривать восстанавливаемую после отказов информационную систему, состоящую из конечного числа  $n$  аппаратно-программных клиентских систем, подключенных с помощью соответствующего интерфейса к серверу  $S$ . Учитывая вероятностный характер функционирования рассматриваемой информационной системы как в стационарном режиме, когда интенсивности отказов и восстановления компонентов системы постоянные, так и в условиях внешнего дестабилизирующего работу воздействия на систему, приводящего к увеличению во времени интенсивности отказов компонентов и уменьшению интенсивности их восстановления, что влечет к снижению параметров надежности информационной системы, при разработке ее математической модели будем аппроксимировать поведение системы марковским процессом с конечным числом состояний.

Будем полагать, что отказ любого компонента информационной системы определяется мгновенно после его возникновения и сразу же начинается восстановление отказавшего компонента. Для упрощения математической модели будем пренебрегать конечной надежностью системы контроля и восстановления отказавшего компонента, хотя при необходимости учесть этот параметр не представляет особого труда.

Будем также считать, что в информационной системе возможны одновременные отказы в нескольких клиентских системах при работоспособном сервере. В этой ситуации отказавшие клиентские системы восстанавливаются, а работоспособные продолжают функционировать в режиме «клиент-сервер».

При отказе сервера работа информационной системы прерывается до момента восстановления работоспособного состояния сервера. Полагаем, что у рассматриваемой информационной системы возможны состояния, когда одновременно отказывают одна или несколько клиентских систем и сервер. В этом случае информационная система прекращает функционировать до окончания процесса восстановления работоспособности сервера и отказавших клиентских систем. При этом резервы восстановления отказавших компонентов системы перераспределяются между сервером и отказавшими клиентскими системами, что, естественно, ведет к снижению интенсивности восстановления сервера и отказавших клиентских систем.

После восстановления их работоспособности информационная система продолжает функционировать в стационарном режиме.

Для построения математических моделей рассматриваемой информационной системы введем следующие обозначения:

$E_0$  — состояние информационной системы при отсутствии отказов в клиентских системах и в сервере;

$E_i (i=1,2,\dots,n)$  — состояние информационной системы при наличии отказов в  $i$  клиентских системах;

$E_0^*$  — состояние информационной системы при отказе сервера и отсутствии отказов в клиентских системах;

$E_i^* (i=1,2,\dots,n)$  — состояние информационной системы при одновременном отказе сервера и отказах в  $i$  клиентских системах;

$\lambda_c$  — интенсивность отказов сервера;

$\lambda_{k_i} (i=1,2,\dots,n)$  — интенсивность отказов  $i$ -й клиентской системы;

$\mu_{c_i} (i=0,1,2,\dots,n)$  — интенсивность восстановления работоспособного состояния сервера при одновременном наличии отказов в  $i$  клиентских системах;

$\mu_{k_i} (i=1,2,\dots,n)$  — интенсивность восстановления работоспособности после отказа  $i$ -й клиентской системы.

**Первая модель информационной системы.** Аппроксимируя поведение рассматриваемой восстанавливаемой после отказов информационной системы с архитектурой «клиент-сервер» марковским случайным процессом с конечным числом состояний [9, 10] и учитывая сделанные предположения и обозначения, не трудно составить граф ее состояний (рис. 1).

Обозначим  $p_i(t) (i=1,2,\dots,n)$  — вероятность нахождения информационной системы в состояниях  $E_0, E_1, \dots, E_n$  соответственно и  $p_i^*(t) (i=0,1,2,\dots,n)$  — вероятность нахождения информационной системы в соответствующих состояниях  $E_0^*, E_1^*, \dots, E_n^*$ .

Теперь, используя известный прием [11], легко получить систему дифференциальных уравнений Колмогорова (1), описывающих поведение рассматриваемой информационной системы.

$$\begin{aligned} p_0'(t) &= \mu_{c0} p_0^*(t) + \mu_{k_1} p_1(t) - (\lambda_c + \lambda_{k_1}) p_0(t), \\ p_i'(t) &= \mu_{c_i} p_i^*(t) + \mu_{k_{i+1}} p_{i+1}(t) + \\ &+ \lambda_{k_i} p_{i-1}(t) - (\lambda_c + \lambda_{k_{i+1}} + \mu_{k_i}) p_i(t), \\ & i = 1, 2, \dots, n-1, \end{aligned} \quad (1)$$

$$p_n'(t) = \mu_{c_n} p_n^*(t) + \lambda_{k_n} p_{n-1}(t) - (\lambda_c + \mu_{k_n}) p_n(t);$$

$$p_i^*(t) = \lambda_c p_i(t) - \mu_{c_i} p_i^*(t), \quad i = 0, 1, 2, \dots, n;$$

с начальными условиями

$$p_0(0) = 1; \quad p_i(0) = 0 \quad (1 \leq i < n);$$

$$p_i^*(0) = 0 \quad (0 \leq i \leq n).$$

Решение системы дифференциальных уравнений (1) численными методами не представляет сложности и может быть легко получено с помощью компьютерных программ. При малых значениях  $n$  решение системы уравнений может быть получено в аналитическом виде.

Если интенсивности отказов  $\mu_{c_i}, \mu_{k_i}$  являются функциями времени  $\lambda_c = \lambda_c(t), \lambda_{k_i} = \lambda_{k_i}(t), \mu_{c_i} = \mu_{c_i}(t), \mu_{k_i} = \mu_{k_i}(t)$ , то решение системы уравнений (1) с переменными во времени коэффициен-

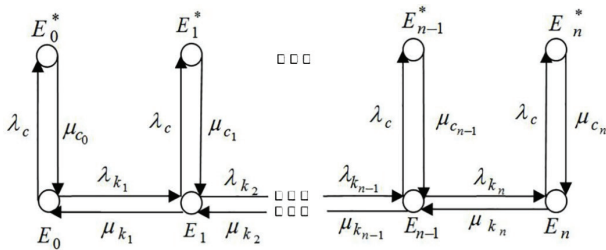


Рис. 1. Граф состояний информационной системы

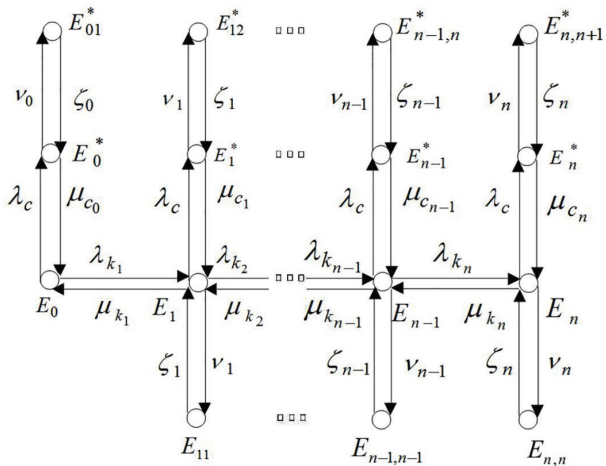


Рис. 2. Граф состояний информационной системы с отказывающей системой контроля и восстановления работоспособности компонентов системы

тами может быть получено методом дискретизации и целочисленного программирования [12] с помощью современных персональных компьютеров.

Система дифференциальных уравнений (1) позволяет вычислять и исследовать многие характеристики надежности [13] рассматриваемой информационной системы: вероятность безотказной работы, вероятность частичного или полного отказа, коэффициент готовности, время восстановления после отказа и другие.

**Вторая модель информационной системы.** При разработке второй модели восстанавливаемой после отказов информационной системы с архитектурой «клиент-сервер», в отличие от первой модели, будем полагать, что система контроля работы и восстановления отказавшего компонента рассматриваемой информационной системы имеет конечную надежность, может отказывать и восстанавливаться после отказа. В ряде случаев роль такой аппаратно-программной системы может выполнять оператор сети, который так же может отказывать, допускает ошибки в работе, восстанавливать свою работоспособность и исправлять сделанные ошибки.

В связи с этим введем обозначения для новых состояний восстанавливаемой информационной системы:

$E_{ij} (i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,n)$  — состояние информационной системы, при котором происходит восстановление  $i$  отказавших клиентских систем и произошел отказ системы контроля и восстановления отказавших компонентов;

$E_{ij}^* (i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,n+1)$  — состояние информационной системы, при котором происходит восстановление отказавшего сервера и произошел отказ системы контроля и восстановления;

$V_i (i=1,2,\dots,n)$  — интенсивность отказов системы контроля и восстановления отказавшего компонента информационной системы;

$\zeta_i (i=1,2,\dots,n)$  — интенсивность восстановления работоспособности системы контроля и восстановления отказавшего компонента информационной системы.

С учетом сделанных ранее и введенных новых обозначений составим граф состояний с учетом конечности надежности системы контроля работы и восстановления отказавшего компонента (рис. 2).

Обозначим  $p_{ij} (i=1,2,\dots,n)$  вероятность нахождения информационной системы в состояниях  $E_{11}, E_{22}, \dots, E_{n,n}$  соответственно и  $p_{ij}^* (i=0,1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,n+1)$  — вероятность нахождения информационной системы в соответствующих состояниях  $E_{01}, E_{12}, \dots, E_{n,n+1}$ .

Тогда, используя указанный выше прием [11], нетрудно составить систему дифференциальных уравнений Колмогорова (2), описывающих поведение рассматриваемой информационной системы при конечной надежности системы контроля работы и восстановления отказавших компонентов системы.

$$\begin{aligned}
 p_0'(t) &= \mu_{c_0} p_0^*(t) + \mu_{k_1} p_1(t) - (\lambda_c + \lambda_{k_1}) p_0(t); \\
 p_i'(t) &= \mu_{c_i} p_i^*(t) + \mu_{k_{i+1}} p_{i+1}(t) + \lambda_{k_i} p_{i-1}(t) + \\
 &+ \zeta_i p_{i,i}(t) - (\lambda_c + \lambda_{k_{i+1}} + \mu_{k_i}) p_i(t) - v_i p_i(t); \\
 & \quad i = 1, 2, \dots, n-1
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 p_n'(t) &= \mu_{c_n} p_n^*(t) + \lambda_{k_n} p_{n-1}(t) + \\
 &+ \zeta_n p_{n,n}(t) - (\lambda_c + \mu_{k_n}) p_n(t) - v_n p_{n,n}(t);
 \end{aligned}$$

$$p_i^*(t) = \lambda_c p_i(t) - \mu_{c_i} p_i^*(t), \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n);$$

$$p_{ij}'(t) = v_i p_{ij}(t) - \zeta_i p_{ij}(t), \quad (i = 1, 2, \dots, n);$$

$$p_{ij}^*(t) = v_i p_{ij}^*(t) - \zeta_i p_{ij}^*(t),$$

$$(i = 0, 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, n+1);$$

с начальными условиями

$$p_0(0) = 1; \quad p_i(0) = 0 \quad (0 \leq i \leq n);$$

$$p_i^*(0) = 0 \quad (0 \leq i \leq n);$$

$$p_{ij}(0) = 0 \quad (1 \leq i \leq n);$$

$$p_{ij}^*(0) = 0, \quad 1 \leq j \leq n+1).$$

Решая систему уравнений (2) численными методами при известных значениях  $k$  (константных или переменных, зависящих от времени) коэффициентов  $\lambda_c, \lambda_{k_i}, v_i, \mu_{c_i}, \zeta_i$ , не трудно получить решение в виде вероятностей нахождения рассматриваемой информационной системы с архитектурой «клиент-сервер» в любом из ее состояний  $E_i, E_i^*, E_{ij}, E_{ij}^*$ , учтенных при разработке математической модели, а также практически любые характеристики надежности информационной системы.

**Библиографический список**

1. Арьков П. А. Комплекс моделей для поиска оптимального проекта системы защиты информации // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2008. Т. 85, № 8. С. 30 – 36.

2. Антонов А. В., Пляскин А. В., Татаев Х. Н. К вопросу расчета надежности резервированных структур с учетом старения элементов // *Надежность*. 2013. № 1 (44). С. 55–61.
3. Marn-Ling Shing, Chen-Chi Shing, Kuo Lane Chen [et al.]. A Game Theory Approach in Information Security Risk Study // 2010 International Conference on E-business, Management and Economics IPEDR. 2011. Vol. 3. P. 201–203.
4. Tyurin S. F., Grekov A. V. Functionally Complete Tolerant Elements // *International Journal of Applied Engineering Research*. 2015. Vol. 10, № 14. P. 34433–34442.
5. Потапов В. И. Задачи и численные алгоритмы оптимизации надежности аппаратно-избыточной технической системы в конфликтной ситуации при различных стратегиях защиты от атак противника // *Механика, автоматизация, управление*. 2015. Т. 16, № 9. С. 617–624. DOI: 10.17587/mau.16.617-624.
6. Потапов В. И. Модели и алгоритм численного решения задачи противоборства избыточных, восстанавливаемых после отказов технических систем // *Проблемы управления и информатики: междунар. науч.-техн. журн.* 2015. № 4. С. 70–78.
7. Шебе Х., Шубинский И. Б. Предельная надежность структурного резервирования // *Надежность*. 2016. № 1 (56). С. 3–8.
8. Потапов В. И. Разработка математической модели динамической технической системы, восстанавливаемой после отказов в процессе конфликта // *Омский научный вестник*. 2017. № 2 (152). С. 97–101.
9. Вентцель Е. С. Исследование операций. М.: Советское радио, 1972. 550 с.
10. Козлов Б. А. Резервирование с восстановлением. М.: Советское радио, 1969. 152 с.
11. Козлов Б. А., Ушаков И. А. Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики. М.: Советское радио, 1975. 472 с.
12. Потапов В. И. Математические модели динамических технических объектов конфликтных ситуаций: моногр. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2017. 124 с.
13. ГОСТ Р27.002-2009. Надежность в технике. Термины и определения. Введ. 2011–01–01. М.: Стандартинформ, 2011. 28 с.

---

**ПОТАПОВ Виктор Ильич**, доктор технических наук, профессор (Россия), заведующий кафедрой «Информатика и вычислительная техника», заслуженный деятель науки и техники РФ.  
SPIN-код: 9710-9680  
AuthorID (РИНЦ): 8484  
ORCID: 0000-0002-6541-7101  
AuthorID (SCOPUS): 57193408105  
ResearcherID: P-6263-2016  
Адрес для переписки: [ivt@omgtu.ru](mailto:ivt@omgtu.ru)

#### Для цитирования

Потапов В. И. Разработка моделей для исследования надежности восстанавливаемой после отказов информационной системы с архитектурой «клиент-сервер» // *Омский научный вестник*. 2018. № 5 (161). С. 143–146. DOI: 10.25206/1813-8225-2018-161-143-146.

Статья поступила в редакцию 04.09.2018 г.

© В. И. Потапов